

## SAT 数学考试做题时需要用到的数学公式

SAT 数学做题时可能会用到的公式：

(做题时会遇到的相关概念将于下篇出现，这里只是单独的公式集锦)

1. 抛物线： $y = a(x^2) + bx + c$

(y 等于 ax 的平方加上 bx 再加上 c)

a > 0 时开口向上

a < 0 时开口向下

5. 椭圆 (很少用到，知道就可以了)

1) 周长公式： $L = 2\pi b + 4(a - b)$

椭圆周长定理：椭圆的周长等于该椭圆短半轴长为半径的圆周长 ( $2\pi b$ ) 加上四倍的该椭圆长半轴长 (a) 与短半轴长 (b) 的差。

2) 面积公式： $S = \pi ab$

椭圆面积定理：椭圆的面积等于圆周率 ( $\pi$ ) 乘该椭圆长半轴长 (a) 与短半轴长 (b) 的乘积。

6. 菱形面积 = 对角线乘积的一半，即  $S = (a \times b) \div 2$

7. 三角形面积：

1) 已知三角形底 a，高 h，则  $S = ah/2$

2) 已知三角形三边 a, b, c, 半周长 p, 则

$S = \sqrt{p(p - a)(p - b)(p - c)}$  (海伦公式)

3) 已知三角形两边 a, b, 这两边夹角 C, 则  $S = ab \sin C / 2$

4) 已知三角形半周长 p, 内接圆半径 r, 则  $S = pr$

8. 扇形面积：

圆心角为  $n^\circ$ ，半径为 r 的扇形面积为  $(n/360) \times \pi (r^2)$

如果其顶角采用弧度单位，则可简化为  $1/2 \times \text{弧度} \times \text{半径平方}$ 。

扇形还与三角形有相似之处，上述简化的面积公式亦可看成： $1/2 \times \text{弧长} \times \text{半径}$ ，与三角形面积： $1/2 \times \text{底} \times \text{高}$  相似。

9. 梯形面积： $[(\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高}] / 2$

10. 矩形面积：长  $\times$  宽

11. 梯形体积

$V = (S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 \times S_2}) / 3 \times H$

(V: 体积; S1: 上表面积; S2: 下表面积; H: 高)

12. 圆柱体体积:  $V_{\text{圆柱}} = S_{\text{底}} \times h$

13. 长方体体积:  $V = \text{长} \times \text{宽} \times \text{高}$

14. 正方体体积:  $V = \text{棱长}^3$

15. 圆锥体体积:  $V = 1/3 \times S_{\text{底}} \times h$

16. 三角函数:

1) 两角和公式

$$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B \quad \sin(A-B) = \sin A \cos B - \sin B \cos A$$

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B \quad \cos(A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$$

$$\tan(A+B) = (\tan A + \tan B) / (1 - \tan A \tan B) \quad \tan(A-B) = (\tan A - \tan B) / (1 + \tan A \tan B)$$

$$\cot(A+B) = (\cot A \cot B - 1) / (\cot B + \cot A) \quad \cot(A-B) = (\cot A \cot B + 1) / (\cot B - \cot A)$$

2) 倍角公式

$$\tan 2A = 2 \tan A / [1 - (\tan^2 A)]$$

$$\cot 2A = [(\cot^2 A) - 1] / 2 \cot A$$

$$\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A = 2(\cos^2 A) - 1 = 1 - 2(\sin^2 A)$$

$$\sin 2A = 2 \sin A \cos A$$

3) 半角公式

$$\sin(A/2) = \sqrt{(1 - \cos A)/2} \quad \sin(A/2) = -\sqrt{(1 - \cos A)/2}$$

$$\cos(A/2) = \sqrt{(1 + \cos A)/2} \quad \cos(A/2) = -\sqrt{(1 + \cos A)/2}$$

$$\tan(A/2) = (+\&-) \sqrt{(1 - \cos A)/(1 + \cos A)} = \sqrt{(\sin A/(1 + \cos A))} = \sqrt{(1 - \cos A)/\sin A}$$

$$\cot(A/2) = (+\&-) \sqrt{(1 + \cos A)/(1 - \cos A)}$$

4) 和差化积

$$2 \sin A \cos B = \sin(A+B) + \sin(A-B)$$

$$2 \cos A \sin B = \sin(A+B) - \sin(A-B)$$

$$2 \cos A \cos B = \cos(A+B) + \cos(A-B) \quad -2 \sin A \sin B = \cos(A+B) - \cos(A-B)$$

$$\sin A + \sin B = 2 \sin((A+B)/2) \cos((A-B)/2)$$

$$\cos A + \cos B = 2 \cos((A+B)/2) \cos((A-B)/2)$$

$$\tan A + \tan B = \sin(A+B) / \cos A \cos B \quad \tan A - \tan B = \sin(A-B) / \cos A \cos B$$

$$\cot A + \cot B = \sin(A+B) / \sin A \sin B \quad -\cot A + \cot B = \sin(A+B) / \sin A \sin B$$

5) 积化和差公式:

$$\sin \alpha \cdot \cos \beta = (1/2)[\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$$

$$\cos \alpha \cdot \sin \beta = (1/2)[\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)]$$

$$\cos \alpha \cdot \cos \beta = (1/2)[\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$$

$$\sin\alpha \cdot \sin\beta = -(1/2)[\cos(\alpha+\beta) - \cos(\alpha-\beta)]$$

6) 正弦定理  $a/\sin A = b/\sin B = c/\sin C = 2R$

(R 表示三角形的外接圆半径)

7) 余弦定理  $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$

(B 是边 a 和边 c 的夹角)

8) 基本关系式:

• 平方关系:

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$$

$$\tan^2(\alpha) + 1 = \sec^2(\alpha)$$

$$\cot^2(\alpha) + 1 = \csc^2(\alpha)$$

• 积的关系:

$$\sin\alpha = \tan\alpha \cdot \cos\alpha \quad \cos\alpha = \cot\alpha \cdot \sin\alpha$$

$$\tan\alpha = \sin\alpha \cdot \sec\alpha \quad \cot\alpha = \cos\alpha \cdot \csc\alpha$$

$$\sec\alpha = \tan\alpha \cdot \csc\alpha \quad \csc\alpha = \sec\alpha \cdot \cot\alpha$$

• 倒数关系:

$$\tan\alpha \cdot \cot\alpha = 1$$

$$\sin\alpha \cdot \csc\alpha = 1$$

$$\cos\alpha \cdot \sec\alpha = 1$$

17. 勾股定理:

a, b, c 分别代表直角三角形的勾、股、弦三边之长

$$(a^2) + (b^2) = (c^2)$$

其变形  $b^2 = c^2 - a^2 = (c-a)(c+a)$

$$a^2 = c^2 - b^2 = (c-b)(c+b),$$

$$c^2 = 2ab + (b-a)^2$$

18. 某些数列前 n 项和

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9+\dots+n = n(n+1)/2 \quad 1+3+5+7+9+11+13+15+\dots+(2n-1) = n^2$$

$$2+4+6+8+10+12+14+\dots+(2n) = n(n+1)$$

$$12+22+32+42+52+62+72+82+\dots+n^2 = n(n+1)(2n+1)/6$$

$$13+23+33+43+53+63+\dots+n^3 = n^2(n+1)^2/4$$

$$1*2+2*3+3*4+4*5+5*6+6*7+\dots+n(n+1) = n(n+1)(n+2)/3$$

19. 等差数列:

1) 等差数列通项公式:  $a_n = a_1 + (n-1)d$

2) 前  $n$  项和公式:  $S_n = na_1 + [n(n-1)d]/2$  或  $S_n = n(a_1 + a_n)/2$

20. 等比数列:

1) 等比数列通项公式:  $a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$

2) 前  $n$  项和公式: 当  $q = 1$  时,  $S_n = na_1$

当  $q \neq 1$  时,  $S_n = [a_1(1 - q^n)] / (1 - q)$  或  $S_n = (a_1 - a_n q) / (1 - q)$

21. 一元一次方程

一般形式:  $ax + b = 0$  ( $a$ 、 $b$  为常数,  $a \neq 0$ )

22. 一元二次方程:

一般形式:  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a$ 、 $b$ 、 $c$  为常数,  $a \neq 0$ )

23. 韦达定理: 一元二次方程  $ax^2 + bx + c$  ( $a$  不为 0) 中

设两个根为  $X_1$  和  $X_2$

则  $X_1 + X_2 = -b/a$

$X_1 \cdot X_2 = c/a$

24. 阶乘

$1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n = n!$ ,  $n!$  就是  $n$  的阶乘