

《费费数学宝典·第七部分》详解版

Ver. 2003-10-22

题目版权属原作者所有，题目思路、解释版权由 ChaseDream 网站与作者共同所有；

电子版由 www.chasedream.com 网站校正、维护；

寻找最新版本或反馈使用信息，请访问：<http://forum.chasedream.com>

注意：（1）仅供个人学习研究试用；

（2）不得用于任何商业用途，违者后果由使用者承担；

致谢：

感谢 hz 录入，并在 ChaseDream 发布《费费数学宝典》第七部分；

感谢所有参加讨论的朋友，尤其要感谢 Donna，几乎参与了每一道题的讨论；

感谢 Linlin315 和八戒两位版主协助整理详解版。

欢迎访问 ChaseDream 超级论坛！



ChaseDream.com

--- World's Largest Organization for Chinese Students/Professionals from Elite Business Schools

ChaseDream 荟萃新世纪新“华商”。

中国心，中华根；全球志，寰宇梦！

从椰影婆娑的马达加斯加到万里雪飘的西伯利亚，从资本涌动的华尔街到日新月异的上海滩，新一代高素质的“华商”正在打造 21 世纪最响亮的品牌——“中国”。

ChaseDream 不断完善现实和虚拟网络平台，使海外学子和商业精英在更高的起点归国创业；

ChaseDream 汇集最全的网上免费考试资源，使中华莘莘学子迈向顶尖商学院之路如虎添翼；

ChaseDream 速递最新的全球商院申请信息，使中华申请人从容掌握选校简历文书面试签证；

人类因梦想而伟大；人生因逐梦而精彩！



功能介绍，新手导航

【梦网导航】



大牛指点；团队复习；高效备考；快乐 GMAT~~~

【走出 GMAT 困境】



Share, Support, Sustain --- CBSF 将成为我们共同奋斗的新家园……

【ChaseDream Business Student Fellowship】

“The strong and large alumni networks” —— 几乎是所有顶级商院的骄傲宣言，也是我们 B-school 莘莘学子们的美好向往！然而无论是志在四海的游子们，还是重返家园的海归们，我们的梦想永远牵系着中华民族这条古老的根！

CBSF —— 一个因为梦想而辉煌的群体，尊重理念，开拓进取，我们拥有上百名即将走入顶级 B-school 的兄弟姐妹，我们拥有 ChaseDream 这个互助友爱的网上家园，我们更拥有 *Share, Support, Sustain* 的宗旨精神！

欢迎联系我们：master@chasedream.com

访问我们的网站：<http://www.chasedream.com>

【费费数学】第七部分（1-10） by Linlin315

1、a,b,c,d 四个正整数，都可以用 2^n 表示，且 $a(1)abcd=2^{16}$ (2) $a+b+c+d=170$

【答案】B。

【思路】

思路一：选 B 的原因是通过条件二可以算出所有的值。

$$2^A+2^B+2^C+2^D=170$$

$$A=1 \ B=3 \ C=5 \ D=7$$

$$\text{则 } a=2 \ b=8 \ c=32 \ d=128$$

做法：先提取一个 2 出来，剩下 85，为奇数，所以其中肯定有个 1

还有 84，再提取 4，为 21，同样的。。最后把提取的数和分析的数相乘

这样肯定有个数为 2， $2^3, \dots$

$$170=2 \cdot 85=2 \cdot (1+84)=2+2 \cdot 84=2+2 \cdot (4 \cdot 21)=2+2 \cdot [4 \cdot (1+20)]=2+8+8 \cdot 20=2+8+8 \cdot (4 \cdot 5)=2+8+8 \cdot [4 \cdot (1+4)]=2+8+32+128$$

思路二：在计算机基础知识中，有专门讲解十进制数转化为二进制数的内容，记得好象是通过除 2 的方法转化的。再来看本题的条件 2，等式左边相当于二进制数，等式右边是十进制数，任何一个十进制数都可转化为一个二进制数。了解这些内容后，不必通过除 2 的方法求解，可知 d 有唯一的值，即可得出答案为 B。

2、一个四边相等的 parallelogram ABCD，面积是否大于 4？

(1) $AC > 2$

(2) $BD < 2$

【答案】E

【思路】

菱形的面积是 $S=1/2 L1 \cdot L2$ ，这里 $L1 \& L2$ 指菱形的对角线的长度。AC, BD 分别是对角线一个大于 2，一个小于 2 所以并不能确定它们的乘积是否大于 4。

3、1,3,5,7,9,11,13,15,17,19 十个数去掉两个数后它们的标准方差是多少？

(1) 去掉两个数后，median 与原来的一样。

(2) 去掉两个数后，mean 与原来的一样。

【答案】E

【思路】

标准方差的定义 $D^2=1/n \cdot [\text{所有}(ai-\text{mean})^2 \text{的和}]$ ai 代表每一个数。因而标准方差与 median 没有关系，虽然和 mean 有关系但是同时也受 ai 的制约，故本题选 E

4、3 个职员分配在两间办公室里，可以一间分配多人，也可以有一间一个人都没有，有几种分法。

【答案】8种

【思路】

两个房间都有人： $C(2,3)P(2,2)$

所有的人都在一个房间里2，所以为 $C(2,3)P(2,2)+2=8$

5、N 从 1-100, inclusive, $N * (N+1)$ 能被 4 整除的有多少个？

【答案】50

【思路】

N 为偶数，则 N+1 为奇数，则 N 必须是 4 的倍数，有 25 种情况

N 为奇数，则 N+1 为偶数，则 N+1 必须是 4 的倍数，同样有 25 种情况

6、1982 年某日是星期一，1985 年的同日问是星期几（其中 84 年是 leap year）？

【答案】星期五

【思路】

$365+365+366=1096/7$ ，余 4，星期五。

7、3 行*4 列的表格，能否得到所有数的平均数？

(1) 知道各行的平均数

(2) 知道各列的平均数

【答案】D

【思路】

只要可以知道总和和数的个数就可以了。(1) 和 (2) 都可以分别求出总和。

8、 $a+b=1$, $a,b>0$, 问 $80a+60b<70$?

(1) $a>b$

(2) $a>0.5$

【答案】D

【思路】

$80a+60b-60a-60b<70-60a-60b$ ，所以题目就是在问 a 是否小于 1/2。

(1) 和 (2) 分别都可以得出 a 是否小于 1/2 的结论，故答案是 D

9、三角形 ABC，周长<11？

(1) $AB=AC$

(2) $AB+BC=5$

【答案】B

【思路】

三角形的任意两边相加大于第三边。根据 $AB+BC=5>AC$,那么周长 $AB+BC+AC=5+AC<10$

10、 $f(X)=1/X-X$, $f(-1/X)=?$

【答案】 $f(x)$

【思路】

$f(-1/X)=1/-1/x-(-1/x)=f(x)$

【费费数学】第七部分（11-20）by Linlin315

11、三位密码，0-9，第一位不能是0或1，第二位一定是0或1，有多少种排列？

【答案】160

【思路】

第一位有8种可能，第二位有2种可能，第三位有10种可能。故为160种可能。

12、问一个数字被7除余几？

(1)这个数字加1后可以被7整除

(2)这个数字加15后可以被7整除。

【答案】D

【思路】

(1)和(2)都说明了这个数被7整除之后余6

13、已知直线经过两点 $(r,s)(t,u)$ ，问斜率是否为负？

(1) $r>t$

(2) $u>-s$

【答案】C

【思路】

斜率是 $(u+s)/(t-r)$

14、A等于4个质数的积，其中两个数字相同，问A最多有多少个因子(其中包括1和A本身)。

【答案】12

【思路】

设这个数是 $2*2*3*5=60$ ，则因子为：1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60，共 12 个。

15、p,s,t 是 prime number, 问 $p^3s^3t^3=?$

(1) $p^3st=728$

(2) $t=13$

【答案】A

【思路】

条件 1: $P^3st=2^3*7*13$ ，所以 $s=7$ 或者 13, $t=7$ 或者 13，但是 s^3t^3 的值是固定的，所以答案是 A。

16、K 和 J 是否为连续的偶数？

(1) $K-2$ 和 $J+2$ 是连续偶数

(2) $K-1$ 和 $J+3$ 是连续奇数

【答案】E

【思路】

条件 1: 如果 $J+2 > K-2$, 那么 K 和 J 就是连续的偶数，否则就不是连续的偶数。

条件 2: 同理

17、If x and y both positive numbers, is at least one of them even?

(1) $x+y$ is odd

(2) $x-y$ is odd

【答案】D

【思路】

只有奇数+偶数=奇数，奇数-偶数=奇数，偶数-奇数=奇数

18、N! 尾数六位都是 0，请问 N 至少是多少？

【答案】25

【思路】

考虑 0 是哪来的，可以看成 $5*2=10$ 不是就有 0 了吗？那么我们只要保证 N! 中有六个 5 就可以了，因为有 6 个 5 了就肯定有 6 个 2，那么 5, 10, 15, 20, 25 正好有六个 5，那么 N 的最小值就是 25

19、一正方体内嵌一个球，球半径为 6，问正方体上最远的两个点距离多少？

【答案】12 倍的根号 3

【思路】

内嵌球的半径是 6, 则正方体的边长为 12, 那么正方体上最远的两个点的距离就是正方体的对角线。其为边长的根号 3 倍。

20、一个四边形 ABCD, 是否是平行四边形?

(1)AD=BC

(2)ABD 与 ACD 的面积相等

【答案】C

【思路】

条件 2: 两个三角形的面积相等, 有一个共同的边 AD, 那么以 AD 为底则两个三角形的高相等; 高的另一点构成了 BC, 则 BC 到 AD 各点的距离相等, 平行。

条件 2 可以证明 AD 与 BC 平行, 又根据条件 1: AD=BC, 则为平行四边形。

【费费数学】第七部分 (21-30) by Linlin315

21、t 是自然数, K^* 表示: $1/t$ 的乘积, t 取从 1 到 K(inclusive)的每一个值, 即 $1/1$ 到 $1/K$ 的乘积。问 $5^{*}/4^{*}$?

【答案】1/5

【思路】

根据题意 $(1/1 * 1/2 * 1/3 * 1/4 * 1/5) / (1/1 * 1/2 * 1/3 * 1/4) = 1/5$

22、求大于 700 的三位数中奇数个数? (要求 every unit is non-zero, 而且 different)

【答案】91

【思路】

百位为 7 或 9, 个位为奇数的情况: $2 * 4 * 7 = 56$, 百位为 8, 个位为奇数的情况: $5 * 7 = 35$ 。

23、n 和 k 均为正整数, n 能被 k 整除?

(1)2n 能被 k 整除

(2) n^2 能被 k 整除

【答案】E

【思路】

(1) $2n = ak$ $n = a/2 * k$ 这里的 A/2 不一定是整数, 所以无法说明 N 能否被 K 整除;

(2) $n^2 = bk$ $n = \sqrt{b} \sqrt{k}$ 同样无法确定

24、1,11,111,……一直到 40 项，问和的十位数是几？

【答案】3

【思路】

个位有 40 个 1，则要向十位进 4，而十位因为比各位少了一个 1 所以十位在进位之前应该为 9.故十位是 $9+4=13$

25、 $2^{100}-2^{96}$ 的最大质因子。

【答案】5

【思路】

$2^{100}-2^{96}=2^{96}(2^4-1)=2^{96}*3*15$,所以质因子是 2, 3, 5。

26、一个小数 x 的十分位是 0 吗？

(1) $16x$ 是个整数

(2) $8x$ 是整数

【答案】B

【思路】

1、 $16X$ 是整数，所以 X 只能是 $1/2=0.5$, $1/4=0.25$, $1/8=0.125$, $1/16=0.0625$ 的整数倍，所以不确定。

2、 $8X$ 是整数，同理 X 只能是 $1/2=0.5$, $1/4=0.25$, $1/8=0.125$ 的整数倍，所以不是 0。

27、问数字 A 离 $10^{(-2)}$ 近还是离 $10^{(-3)}$ 近？

(1) A 离 $10^{(-1)}$ 比离 $10^{(-4)}$ 近

(2) A 离 $10^{(-2)}$ 比离 $10^{(-4)}$ 近

【答案】A

【思路】

现在我们假设数字 A 离 $10^{(-2)}$ 比离 $10^{(-3)}$ 近，则 $|A-10^{(-2)}| < |A-10^{(-3)}|$

通过图形和计算化解的 $A > [10^{(-2)} + 10^{(-3)}] / 2$

同理可得：

(1) $|A-10^{(-1)}| < |A-10^{(-4)}|$ $A > [10^{(-1)} + 10^{(-4)}] / 2$

(2) $|A-10^{(-2)}| < |A-10^{(-4)}|$ $A > [10^{(-2)} + 10^{(-4)}] / 2$

则只有条件一是符合的，因为 $[10^{(-1)} + 10^{(-4)}] / 2 > [10^{(-2)} + 10^{(-3)}] / 2$

说明假设是成立的。

28、人身上的某件东西的平均长度为 60 寸，标准差为 10 寸，偏离平均数一倍的标准差的几率是 68%，而偏离平均数 2 倍的标准差的几率是 95%，问 1000 个人的这件东西的长度在 70 寸到 80 寸

的几率的近似值是多少?

- (A)93%
- (B)34%
- (C)27%
- (D)14%
- (E)5%

【答案】D

【思路】

(-2 倍标准差 40) - (-1 倍标准差 50) - (平均长度 60) - (1 倍标准差 70) - (2 倍标准差 80)

题中已知和上图的对应关系: 平均长度是 60, 68%指的是落到 50---70 区间的概率, 95%指的是落到 40-80 区间的概率。因而落到 70-80 区间的概率是 $(0.95-0.68)/2=0.135$

29、已知 n 是自然数, 问 $2^{(8n+3)+2}$ 被 5 除的余数。

【答案】0

【思路】

2 的次方的个位的规律是 2 4 8 6 四次一个循环,现在是 $2^{(8n+3)}$ 的个位和 2^3 的个位是一样的, 为 8,则 $2^{(8n+3)+2}$ 的个位为 0, 所以能被 5 整除。

30、五天内五次测温度, average 是 50 度, 最小是 45, 问最大可能的 range?

- (A)20
- (B)25
- (C)40
- (D)45
- (E)75

【答案】B

【思路】

45, 45, 45, 45, 65 即, 四个相同, 为最小, 一个为最大。

$65-45=20$

【费费数学】第七部分 (31-40) by Zeros

31、n 为 1-96 的自然数, 问 $n(n+1)(n+2)$ 能被 8 整除的概率?

【答案】5/8

【思路】

当 N 为偶数时, 全部可以被 8 整除, 此时的概率为 1/2; 因为偶数和奇数各半啊! 所以占 1/2, 则

概率为 $48/96=1/2$

当 N 为奇数时，其中需要 $(N+1)$ 是 8 的倍数，其概率为 $1/8$ ；因为 $(N+1)$ 是 8 的倍数的情况有 $(95-7)/8+1=12$ ，则概率为 $12/96=1/8$

则：总概率为 $1/2+1/8=5/8$

32、一个三位数 k ，个位数不为 0，问 k 的十位数是什么？

- (A) k 加 9 的和的十位数是 3
- (B) k 加 4 的和的十位数是 2

【答案】A

【思路】

条件 1，已知 K 的个数不为 0，则必大于等于 1，+9，进位，相加后十位数为 3，则原 K 的十位数是 $3-1=2$ ，条件 1 单独充分；

条件 2，如果 K 的个位数 <6 ，则 K 的十位为 2；如果 K 的个位数 ≥ 6 ，则 K 的十位为 1，条件 2 单独不充分；

选 A。

33、计算从 $1/101+1/102+\dots+1/150$ 和的范围。

- (A) $1/2$ to $1/3$
- (B) $1/3$ to $2/3$
- (C) $2/3$ to 1

【答案】A

【思路】

$50/150 < 1/101+1/102+\dots+1/150 < 50/101$

左边等于 $1/3$ ，右边等于 $1/2$

所以范围是 A

34、 $X < Y$ ， X, Y 都是三位数。 X 的十位数是 5， Y 的十位数是 7， $X+Y$ 是四位数，问哪一个 must be true?

- I X, Y 各自的个位数小于和的个位数
- II X, Y 的和的十位数是 2
- III Y 的百位数 at least 5

【答案】III

【思路】

I，举个反例，如： X, Y 的个位数分别为 5，6 时，和的个位数为 1；I 错

II，没有考虑到 X 与 Y 和，个位进位的情况；

III，反证，如果 Y 的百位小于 5，则最大为 4^{**} ，而 $X < Y$ ，最大也为 4^{**} ， $X+Y$ 是一个三位数，题目中已知， $X+Y$ 是四位数，所以， Y 的百位至少为 5。

选 III。

35、问 r, s, t 的标准方差与以下哪个一样？

I $r-2, s-2, t-2$

II $0, s-t, s-r$

III $r+3, s+5, t+1$

【答案】I, II

【思路】

标准方差的计算公式是：每个数减去平均数的偏差的平方，除以个数 N ，最后再开根号，所得的值就是 standard deviation.

三个特征：

1、数据分布离平均值越近，标准方差越小，数据分布离平均值越远，标准方差越大。

2、标准方差为 0，意味着数列中每一个数都相等。

3、序列中每一个数都加上一个常数，标准方差保持不变。

36、7 人中选 1 个到数学课，10 人中选 2 个到化学课，且没有一个人两种课都选上，问有几种组合方式？

【答案】315

【思路】

$C(7,1)C(10,2)$

37、 s, t 都是整数， $s/t=64.12$ ，问 s/t 的余数可能为：

A.2

B.4

C.8

D.20

E.45

【答案】E

【思路】

$s/t=64.12=6412/100=1603/25$

则当 S 取 1603 时， T 为 25，余数为 3

当 S 取 $1603*2$ 时， T 为 $25*2$ ，余数为 6

等等，反正都是 3 的倍数

选项中只有 E45 是 3 的倍数。

38、 K is the square of an integral N , which of the choice below could be the number of factors of K ?

I 奇数

II 偶数

III 质数

【答案】I, III

【思路】

一个数的因子个数应该等于这个数的所有质因子的指数加 1 后的乘积。如 $12=2^2*3^1$ ，其因子个数 $= (2+1)(1+1)=6$ ，应该有 1,2,3,4,6,12 六个因子。

因为 $K=N^2$ ，K 中所有质因子的指数都是偶数，因此 K 中的质因子的指数加 1 后的乘积总是奇数，也就是说 K 的因子数不可能为偶数。特殊情况，N 只有一个质因子的时候，K 的因子数为 3，也是质数。

39、一个出租车公司买入时(lots of five)一次买入 5 辆，租出时(lots of 3)一次租出 3 辆，如果买入 5 辆或租出 3 辆都算是一次，并且去年增长了 14 辆车，问一共是多少次。

- A.3
- B.4
- C.5
- D.6
- E.7

【答案】D

【思路】

设买入为 X，租出为 Y，则 $5X-3Y=14$

只有当 X=4，Y=2 时满足方程。

则 $X+Y=4+2=6$

40、N 有几个不同的质因子？

- (1) 2N 有 4 个不同的质因子
- (2) N 平方有 4 个不同的质因子。

【答案】B

【思路】

N 的平方有个不同的因子，N 就有几个不同的因子：

- (1) 2N 有 4 个不同的质因子，并不能肯定 N 的质因子个数，因为 2 也是质数啊！
- (2) N 平方有 4 个不同的质因子，可以确定 N 的质因子个数，因为平方并不影响质因子的个数啊！

【费费数学】第七部分 (41-50) by Zeros

41、线 n 是否比线 p 斜率大？

- (1) 两线均过(5,1)
- (2) 线 n 的 y 轴截距比线 p 大

【答案】C

【思路】

假设两条线的斜率分别为 n 和 p ，截距分别为 a 和 b ，则两条线可分别表示为 $l=5n+a$ 和 $l=5p+b$ ， $n-p=(b-a)/5$ ，因 $a>b$ ，所以 $n<p$ 。

42、A tunnel is a semicircular(直径 20feet).A single lane(通道)is 12 feet,and the distance to the sides of the tunnel is the same.If all the vehicles passing the tunnel should leave at least 1/2 feet distance to the top of the tunnel.What is the max height of the vehicle allowed?

【答案】15/2

【思路】

可以理解为火车轨道和隧道的关系，可知轨道宽 12f，隧道底边长就是半圆直径，而轨道两边到隧道墙边距离相等，这样画图便解出答案了！就是一个圆和它的内接矩形（一边为 12），这个图形的一半。

43、IF $XYZ>0,XY^2Z^3<0$?

(1) $Y<0$

(2) $X>0$

【答案】A

【思路】

条件 1， $Y<0$ ，可以得出， $XZ<0$ ，而 XZ^3 与 XZ 同号，所以，可以确定 $XY^2Z^3>0$ ，条件 1 单独充分；

条件 2，无法确定 Z^3 是否大于或小于 0，因而无法确定 XY^2Z^3 大于或小于 0，条件 2 单独不充分；

选 A。

44、The possibility that the value of stock A will increase is 0.34 and the possibility that stock B will increase is 0.68.What is the biggest possibility that neither will happen?

【答案】0.32

【思路】

求都不发生的最大可能概率，也就是当 B 包括 A 时，通过画图的话就是 A 在 B 的里面，那么所求的就是 B 不发生的概率，为 $1-0.68=0.32$

45、Integer n is a factor of integer p .Both n and p can't be divided by 8.Is p/n odd?

(1) p can be divided by 4

(2) n can be divided by 4

【答案】B

【思路】

N 能被 4 整除，又 N、P 都不能被 8 整除， $P=KN$ ，则 P 最多能被 4 整除，那么 K 是奇数。所以 P/N 是奇数。

46、A 在数轴 0 点左，B 在 0 点右，下面那个是表达 AB 距离：

I .B-A

II.(B-A)的绝对值

III.B+A 的绝对值

【答案】I, II

【思路】

纵坐标相同，两点距离等于 $|B-A|$ ，因为 $B>A$ ，所以 I, II 正确。

47、WXYZ 是否等于 W?

(1)WX=W

(2)YZ=1

【答案】C

【思路】

条件 1，可以得出： $WXYZ=WYZ$ ，其中 YZ 不定，无法确定 WXYZ 是否等于 W，条件 1 单独不充分；

条件 2，可以得出： $WXYZ=WX$ ，其中 X 不确定，无法确定 WXYZ 是否等于 W，条件 2 单独不充分；

条件 1, 2 结合，可以得出： $WXYZ=W$ ，充分。

选 C

48、一位男士有 5 套衣服，7 条领带；其中有一套衣服只能配一条领带，其余衣服和领带都可搭配，问一共有几种搭配方法。

【答案】28

【思路】

第一种做法： $5*7-6$ 。五套衣服都可配 7 条领带，为 $5*7$ ，现在由于有一套衣服只可配 1 条领带，那么要减去这套衣服配其他领带的情况为 6。

第二种方法： $4*7+1$ ：其中的四套衣服可以和 7 条领带配，为 $4*7$ ，还有一套衣服的配法，为 1。

49、一个平行四边形的边长分别为 6、7，问以下那个可能是平行四边形的面积？

(1)21

(2)42

(3)84

【答案】(1)(2)

【思路】

面积最大时为矩形，面积是： $6*7=42$ ；面积最小时，可以想象，平行四边形的一对角无限小，随之，高也变得无限小，而底边固定，面积也趋近于无穷小。因此，范围是： $0 \leq S < 42$ ，选(1)(2)

50、求 $33^{43}+43^{33}$ 的个位数字。

【答案】0

【思路】

$$3^1=3$$

$$3^2=9$$

$$3^3=27$$

$$3^4=81$$

$$3^5=243$$

...

考查个位数字，四次方一循环，则： 33^{43} 的个位数字， $43/4$ 余 3，个位数字为 7； 43^{33} ， $33/4$ 余 1，个位数字为 3。 $3+7=10$ ，所以， $33^{43}+43^{33}$ 个位数字为 0。

【费费数学】第七部分 (51-60) by 八戒

51、 x 是自然数， $3^{4x+2}+y$ 被 10 除，余数是几？

(1) $y=1$ (2) $x=5$

【答案】A

【思路】

$$3^{4x+2} + y = 81^x * 9 + y$$

因为 81^x 的个位数一定是 1，所以和 x 的大小无关。

52、 N 为小于 10 的正整数，问 N 为多少？

(1) N 是 $1/N$ 的十分位

(2) N 是 $1/N$ 的百分位

【答案】A

【思路】

列举法，满足条件 1 的只有 $N=3$ ；而满足条件 2 的有 $N=3$ 或则 $N=6$

53、 $xy > 0$?

(1) $x-y=10$

(2) $x^2=y^2$

【答案】C

【思路】

由条件 2 化简可得: $(x - y)(x + y) = 0$

结合条件 1 可以解出 $x = 5, y = -5$

54、从 1, 2, 3, 4, 5 中挑一个数 a, 从 1, 2, 3, 4, 5 中挑一个数 b, 求 $ab < 4$ 的概率。

【答案】1/5

【思路】

$C(1,5) / C(1,5) * C(1,5)$

其中分子 $C(1,5)$ 的组合为: $a=b=1, a=1 \text{ and } b=2, a=1 \text{ and } b=3, a=2 \text{ and } b=1, a=3 \text{ and } b=1$ 。

55、N 和 J 出去野餐, N 带了 2 个 A 三明治, 4 个 B 三明治; J 带了 3 个 A 三明治, 5 个 B 三明治, 问任意分别从 N 和 J 那儿抓 1 个三明治, 两次都抓到 A 三明治的概率。

【答案】1/8

【思路】

$C(1,2) / C(1,6) * C(1,3) / C(1,8)$

56、 $ab \neq 0, aX^4 + bX^3 = 5$, 求 $a + b = ?$

(1) $aX^4 = a$

(2) $bX^3 = b$

【答案】B

【思路】

条件 1: 可以求出 $X=1$ 或则 $X=-1$, 所以不行;

条件 2: 可以求出 $X=1$, 所以 $a + b = 5$

57、X, Y 为正整数, 问 $X+Y$ 是偶数吗?

(1) Y 是奇数

(2) $5X+3Y$ 为偶数

【答案】B

【思路】

条件 2 整理可得 $5X+3Y = (4X+2Y) + (X+Y)$

因为 $4X+2Y$ 一定是偶数, 且 $5X+3Y$ 为偶数也为偶数, 所以 $X+Y$ 是偶数。

58、有两个两位正整数 ms 和 rq , 他们两相加的十位数也是 m , 问下面哪个正确。

I. r 是 9

II. $m < 9$

III. $s+q>9$

【答案】I 和 III

【思路】

$$\begin{array}{r} m s \\ + r q \\ \hline m \end{array}$$

由上面式子可以看出，因为 $m+r$ 的个位数字要为 m ，且 m 和 r 都不等于零，所以只有一种情况存在：便是 r 往前进一位，而且 $s+q>9$ 。

59、 2^x 除以 10 余几？

(1)x 是偶数

(2)x 是 4 的倍数

【答案】B

【思路】

由条件 2 可得： $X=4K$

所以 $2^X=2^{4K}=(16)^K$

所以除以 10 的余数为 6。

60、三角形，问周长 >1 ？

(1)两条高 $<1/3$

(2)一条高 $>1/2$

【答案】B

【思路】

条件 1：周长可能大于 1 也可能小于 1

条件 2：

当三角形为锐角三角形的时候，这条高一定在三角形内，所以根据“大角对大边”的原则，该三角形至少有两边大于 $1/2$ ，所以周长一定大于 1；

当三角形为钝角三角形的时候，如果高在三角形内，同锐角三角形一样；如果高在三角形外，那么所对应的边长一定大于 $1/2$ ，而且该边长并不是该三角形最长边，所以至少还有其他一条边大于 $1/2$ ，所以周长大于 1。（画个图形会更明白）

【费费数学】第七部分（61-70）by Zeros

61、一个转盘分 8 格，上面写 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8。一个指针在中间转，随机指向任何一个数字。问连续转 3 次和为 16 的转法有多少种？

【答案】 42

【思路】

第一步：数不重复的。先算含有 8 的，有 178, 268, 358 三种，再数含有 7 的有 367 和 457 两种，不含 7 和 8 的都不够数。共有 5 种，得到 $5 * P(3,3) = 30$;

第二步：数重复的。重复 8，不行，重复 3 以下也不够。只有 448, 556, 664, 772 四种，得到 $4 * P(3,3) / P(2,2) = 12$;

最后得到 $30 + 12 = 42$ 。

62、Do integers P and T have the same number of different prime factors?

(1) $P = 5/7T$

(2) $PT = 35$

【答案】 C

【思路】

系数归一原则：当不存在常数项时，只要系数互质，你是我的倍数，我是你的倍数。根据这一原则：

(1) $P = 5/7T$ $\rightarrow 7P = 5T$, 我们可以知道 P 是 5 的倍数，T 是 7 的倍数。但是这并不能保证 P 和 T 有着相同的 prime factors。但是如果结合 (2) 则只有一种情况就是：P 为 5，T 为 7, 所以答案为 C.

63、Is the slope of line K negative?

(1) Line K intercepts with line $y = -x$

(2) Line K doesn't intercept with line $y = x$

【答案】 B

【思路】

单独 (1) 不可以，单独 (2) 说明 line K 和 $y = x$ 平行，则其斜率一定为 1，故为 B.

64、x, y 为整数，y 能否被 3 整除？

(1) $y = 2x^3 + 9x^2 - 8x$

(2) $x = 3$

【答案】 A

【思路】

$y = 2x^3 + 9x^2 - 8x = 2x^3 + 9x^2 - 2x - 6x = 2x^3 - 2x + 9x^2 - 6x = 2(x-1)x(x+1) + 9x^2 - 6x$ 三个连续的整数可以被 3 整除，后面的两项也能被 3 整除。

65、从 1 到 N 的自然数如果偶数之和为 $79 * 80$ ，问 N 是多少？

【答案】 158/159

【思路】

当 N 为奇数时 $[(N-1) + 2](N-1)/2 = 79 \times 80, N = 159$

当 N 为偶数时 $(N+2) * N/2 = 79 \times 80, N = 158$

66、X=?

(1) $X^2 = |X|$

(2) $X^2 - X > 0$

【答案】C

【思路】

由条件 (1) 可知 X 只能等于 0, 1, -1。但是根据条件 (2) $X < 0 \text{ or } X > 1$ 可知 $x = 1$ 故为 C

67、Is 30 a factor of N?

(1) 30 is a factor of N^2

(2) 30 is a factor of $2N$

【答案】A

【思路】

N 可以写成 $N = a^1 * b^2 * c^3 \dots$ 的形势, 那么 (1) $N^2 = 2^2 * 3^2 * 5^2 * K$, 因为 $2^2 * 3^2 * 5^2$ 上面的指数为 2 所以每个 N 必然包含因子 $2 * 3 * 5$, 即 30。(2) $N = 3 * 5 * K$ 但是并不能保证含有 2 这个因子, 故答案为 A。

68、A,B 两地相距 250 英里, X,Y 两列火车分别同时从两地相向开出, 2 小时后相遇。问相遇时哪辆火车离终点近。

(1) Before the two train met with each other, the X had averaged a speed of 50 miles per hour.

(2) The Y train averaged a speed of 50 miles per hour for the entire trip.

【答案】A

【思路】

根据 (1) x 走了 $50 * 2 = 100$ miles, y 走了 150 mile, 所以可以看出谁离终点近。(2) 知道的事 y 全程的速度是 50, 但是并不知道在相遇前的速度, 因而 (2) 求不出来具体的数值。故为 A

69、有一个社区有四个大学, 现要在社区成立一委员会, 委员会由 4 人组成, 二男二女, 每个大学提一个名单, 包括一男一女, 问委员会如从每个大学名单中各取一人, 可有多少种取法?

【答案】6

【思路】

四所大学任意取两所 $C(2,4)$ 这两所取男生, 则剩下的两所取女生, 只有一种取法。故总共有 $C(2,4) * 1 = 6$ 种取法。

70、 $X > 0$?

(1) $|X| < 1$ (2) $X(X-2) > 0$

【答案】C

【思路】

根据 (1) $-1 < X < 1$, (2) $X < 0$ 或 $X > 2$ 所以可以判定 $X < 0$, 故为 A。

【费费数学】第七部分 (71-80) by Zeros

71、 $KS + RS = KSS$, 其中 K, S, R 分别为位数, 问哪个一定正确:

(1) $K=2$

(2) $S=5$

(3) $R=9$

【答案】(3)

【思路】

试一下就可以。

72、四封信装入四个已写好正确地址的信封(每封信只装一个信封), 仅有一封信装对地址的概率是多少?

【答案】 $1/3$

【思路】

先从四封信中选出 1 封信放到一个信封中为装对的: $C(4, 1)$

然后把剩下的 3 个信封和 3 张信进行装, 没有 1 组是装对的, 共有 $C(1,2)$ 种情况。

总事件的种类为 $P(4, 4)$

答案是 $C(4, 1) * 2 / P(4, 4)$

73、In one college cafeteria, the students either like or dislike beans, and either like or dislike sprouts (也是一种菜), dislike beans 的人数为学生总数的三分之二, dislike sprouts 的人数为 dislike beans 人数的五分之一, 问 like sprouts and dislike beans 的人数?

(1) 学生总人数为 120 人

(2) 80 人 dislike beans

【答案】E

【思路】 B B`

S ?

S` 4/15

2/3

通过条件可以知道以上的信息，B`、S`是非 B、非 S 的意思。? 处为所要求的。
可见已知的条件无法求出。

74、 $10x/(x+y)+20y/(x+y)=K, y>x$, 问 Which of the following could be the value of K?

- (A)10
- (B)11
- (C)12
- (D)14
- (E)16

【答案】E

【思路】

$$10x/(x+y)+20y/(x+y)=K,$$

$$10+10y/(x+y)=K$$

因为 $y>x$ ，所以 $10y/(x+y)>10y/(y+y)=5$ ，故 $k>15$

75、A 和 B 都是整数，A-B 和 A/B 都是偶数，问以下哪个一定是奇数？

- (A)A/2
- (B)B/2
- (C)(A+B)/2
- (D)(A+2)/2
- (E)(B+2)/2

【答案】D

【思路】

A-B 为偶数，A、B 都为偶数或都为奇数，A/B 为偶数，A、B 都为偶数或 A 为偶数，B 为奇数，
因题中问的是一定为奇数故选 D。

76、How many multiples of 3 between -100 and 100,inclusively?

【答案】67

【思路】

$A_n=A_1+(n-1)D$ 等差数列公式

77、X 是整数， X^4 除以 10 余几？

- (1)X 不能被 5 整除
- (2)X 是 2 的倍数

【答案】C

【思路】

X 的四次方的个位只能为 0, 1, 5, 6 (1-9 的次方的规律)

条件一可知不能取 0, 5, 只能为 1 或 6

条件二可为 0 或 6

那么 (1) + (2), 可知为 6, 除 10 的余数为 6

78、某个整数被 8 除余几?

(1)被 12 除余 7

(2)被 11 除余 5

【答案】E

【思路】

带入法! 发现即便满足(1)和(2)的整数被 8 除的余数并不唯一。故是 E

79、If x and y are positive integers, what is the remainder when $3^{(4+4x)}+9^y$ is divided by 10?

(1)x=25

(2)y=1

【答案】B

【思路】

$3^{(4+4x)}+9^y=3^{(4+4x)}+3^{2y}$, 3^{4n} 被 10 除的余数成周期变化, 周期为 4 (余数为 3, 9, 7, 1) 顾前面的式子我们只需要知道 y 就可以了。

80、整数数列中有 n 个数, 平均数为 S, 问数列中是否至少有一个奇数?

(1)S 为奇数

(2) S_n 为奇数

【答案】B

【思路】

只有奇数+偶数=奇数, 所以如果数列的和是奇数的话, 那么这个数列中一定至少含有一个奇数。(1) S 为奇数, 则 $S_n=n*S$ 并不一定是奇数。(2) S_n 为奇数。故答案是 B

【费费数学】第七部分 (81-92) by Zeros

81、10 teachers, 男女都有, 随机挑出 2 人作某事, 问两个都是女老师的概率 $>1/2$ 吗?

(1)女老师的人数 >5

(2)两个都是男老师的概率 $<1/10$

【答案】E

【思路】

(1) 人数大于 5 并不能保证 $C(2,n)/C(2,10) > 1/2$ 故错。

(2) 并不能确定一男一女的情况，故错。所以是 E

82、 $X=K^4$ ，K 是正整数，X 被 32 除后余数是 0。问 K 被 32 除，余数可能是：

(1)2

(2)4

(3)6

【答案】(2)

【思路】

由条件 $X=K^4$ 可知 K 是 4 的倍数，设 $K=4M=4, 8, 16, \dots, 28, 32, 36, \dots$ 可见 $K/32$ 的余数分别是 4, 6, 8, ..., 28, 0, 4, ... 这些余数都是 4 的倍数

83、97 students take apart in a test and the median score is 85. Which of the following descriptions must be correct?

(1) At least 49 students' score are equal to or more than 85

(2) At least 49 students' score are less than 85

(3) At most 49 students' score are equal to or more than 85

【答案】(1)

【思路】

median 就是先排序，后取中的数...85...，所以应该是 at least 49 个学生成绩大于或等于 85 的。

84、What is the median of the three houses with average price of 12000?

(1) The price of one house is 11000

(2) The price of one house is 12000

【答案】B

【思路】

有一个房子的价格和平均价格相等，说明这个房子的价格就是三所房子的 median。

85、Is one inside angle of triangle ABC greater than 90? (假设边为 a, b, c)

(1) $a^2 + b^2$ is less than 15

(2) c is greater than 4

【答案】C

【思路】

画图。

$a^2+b^2=c^2$ 是直角三角形, $<$ 是锐角三角形, $>$ 是钝角三角形

- 86、 If n is an integer and not prime number, then n must be
- (A) the total of three prime numbers
 - (B) the difference between two even numbers
 - (C) the difference between one even number and one odd number
 - (D) the product of one even number and one odd number
 - (E) the product of prime numbers.

【答案】 E

【思路】

任何一个自然数都可以表达成为质因子的分解。

- 87、 函数 $h(x)$ 是 1 到 x 之间所有偶数的乘积。问 $h(100)+1$ 的最小质因子是落在哪个区域?
- (A) 2 到 10
 - (B) 10 到 20
 - (C) 20 到 30
 - (D) 30 到 40
 - (E) 40 以上

【答案】 E

【思路】

$h(100)+1$ 与 $h(100)$ 是连续的两个整数, 那么的最大公约数为 1, 也就是说 $h(100)$ 中有的因子, 在 $h(100)+1$ 中是没有的。那么我们只要分析 $h(100)$ 就可以了。

$h(100)=1*2*3*...*100$ 把偶数都提取出来后, 等于 $2^N (2*3*5*7*...*47)$ 这里不管 N 的值是多少, 括号里面的都是质因子, 说明 $h(100)$ 里包括了小于等于 47 的所有的质因子, 那么 $h(100)+1$ 就不可以包括这些了, 也就是它的质因子一定大于 47, 所以选 E。

- 88、 共 5 双鞋, 每双颜色不同, 从其中选 1 只, 不放回, 再选一只是同色的可能性?
- (A) $1/5$
 - (B) $1/9$
 - (C) $1/10$

【答案】 B

【思路】

$C(1,10)/C(1,10)C(1,9)$

- 89、 有一个 Vendor Machine, 总计有 51 个东西, 分别为: A 占 12, B 占 4, C 占 35。丢两次 coin, 问第一次获得的为 A, 第二次是 C 的概率?

【答案】 $12/51 * 35/50$

【思路】

$12/51 * 35/50$

90、小于 500 的正整数中，被 7 除余 1，且被 3 除余 2 的数有多少？

【答案】 24

【思路】

$7M+1=3N+2$

取值 $M=1, 4, 7\dots$ 时， $N=2, 9, 16\dots$

此时此数为 8, 29, 50...是公差为 21 的数列。设小于 500 的正整数中有这样的数为 K 个

$8 + (K-1) * 21 < 500$ 解得 $21 * (K-1) < 23 * 21 + 7$ ，所以 $K-1=23$ ， $K=24$

91、调查某网站受欢迎的程度，共有 400 人接受调查。其中说网站内容好的有 185 人，说网站速度快的有 270 人，问两种都没有说的。

(1)两者都说的有 25 人

(2)只说内容好的有 160 人

【答案】 D

【思路】

画图

92、k is a 2-digit positive integer,the value of k is 6 times of the unit digit,what is the value of k?

(1)the ten digit is 4 greater than units digit

(2)the sum of the two digits is a two-digit integer.

【答案】 B

【思路】

$K=10*a+b=6b \Rightarrow 2a=b$, (1) $a-b=4$, 联立, 无解, (2) $a+b > 10$, $a=4, b=8$, (注, a and $b < 0$)

《费费数学宝典第 7 部分》【参考答案】

1.B

2.E

3.E

4.8

5.50

6.星期五

7.D
8.D
9.B
10.f(X)
11.160
12.D
13.C
14.12
15.A
16.E
17.D
18.25
19.12 根号 3
20.C
21.1/5
22.91
23.E
24.3
25.5
26.B
27.A
28.D
29.0
30.B
31.5/8
32.A
33.A
34.III
35. I 和 II
36. $C(7,1)C(10,2)=315$
37.E
38. I 和 III
39.D
40.B
41.C
42.15/2
43.A
44.0.32
45.B
46. I 和 II
47.C
48.29
49.1 and 2
50.0

- 51.A
- 52.A
- 53.C
- 54.1/5
- 55. $(2/6)*(3/8)$
- 56.B
- 57.B
- 58. I 和III
- 59.B
- 60.B
- 61.42
- 62.C
- 63.B
- 64.A
- 65.158\159
- 66.C
- 67.A
- 68.A
- 69.C $(4,2)*1^4=6$
- 70.C
- 71.3
- 72.1/3
- 73.E
- 74.E
- 75.D
- 76.67
- 77.C
- 78.E
- 79.B
- 80.B
- 81.E
- 82.(2)
- 83.(1)
- 84.B
- 85.C
- 86.E
- 87.E
- 88.B
- 89. $12/51*35/50$
- 90.24
- 91.D
- 92.D